

## Exercices en ECG. Élément de logique.

---

**Exercice 1.** Ecrire la négation des propositions suivantes :

1. "Tous les élèves de la classe ECT1 sont Marocains".
2. "Il existe un mouton écossais dont au moins un coté est noir".
3. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , il existe  $n \in \mathbb{N}$  tel que :  $n \leq x < n + 1$ .

**Exercice 2.** Soit  $a, b, c$  des réels. Ecrire la négation des propositions suivantes :

1.  $a \leq -2$  ou  $a \geq 3$ .
2.  $a \leq b$  et  $a > c$ .
3.  $3 \leq a$  ou  $b \leq 17$ .

**Exercice 3.** Les propositions suivantes sont-elles vraies ? Quelle est la négation de celles qui sont fausses ?

1.  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : x^2 - y^2 = 1$ .
2.  $\exists y \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R} : (y - 1).(x^2 + 1) = 0$ .
3.  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : y^2 + x.y - 1 = 0$ .

**Exercice 4.** Déterminer les ensembles suivants :

1.  $A = \{n \in \mathbb{N} : n^2 - 3.n + 2 = 0\}$ .
2.  $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 1 = 0\}$ .
3.  $C = \{x \in \mathbb{Z} : -1 \leq x^2 - 1 < 5\}$ .

**Exercice 5.** Montrer les propositions suivantes :

1.  $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 1 \Leftrightarrow x \in [-1; 1]$ .
2.  $\forall x \in \mathbb{R} : x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ .
3.  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : x^4.y - 1 + y = 0$ .

**Exercice 6.** Soit les ensembles :  $A = \{1; 5; 7; 9\}$ ,  $B = \{0; 5; 7; 8; 10\}$ .  
Déterminer :  $A \cap B$ ;  $A \cup B$ ;  $\mathcal{P}(A \cap B)$ .

**Exercice 7.** Démontrer les propriétés suivantes par contraposée ou par l'absurde :

1. Soit  $a$  un réel. Si  $a^2 - 3.a + 2 \neq 0$  alors  $a \neq 2$ .
2. L'équation  $x^2 + x + 1 = 0$  ne peut admettre de solutions entières.

**Exercice 8.** Ecrire à l'aide des quantificateurs les propositions suivantes :

1. Le carré de tout réel est positif.
2. Certains réels sont strictement supérieurs à leurs carrés.
3. Entre deux réels distincts, il existe un rationnel.
4. Etan donné trois réels, il y en a deux au moins de même signe.

**Exercice 9.** Nier la proposition suivante :

”Tous les habitants de la rue d’afrique qui ont les yeux bleus gagneront au loto et prendront leur retraite avant 50 ans”

**Exercice 10.** Donner la négation des propositions suivantes :

1. Tout triangle rectangle possède un angle droit.
2. Dans toutes les prisons tous les détenus détestent tous les gardiens.
3. Pour tout entier  $x$  il existe un entier  $y$  tel que pour tout entier  $z$  la relation  $z < y$  implique la relation  $z < x + 1$ .