

Exercices en ECG. Élément de logique.

Exercice 1. Ecrire la négation des propositions suivantes :

1. "Tous les élèves de la classe ECT1 sont Marocains".
2. "Il existe un mouton écossais dont au moins un coté est noir".
3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, il existe $n \in \mathbb{N}$ tel que : $n \leq x < n + 1$.

Exercice 2. Soit a, b, c des réels. Ecrire la négation des propositions suivantes :

1. $a \leq -2$ ou $a \geq 3$.
2. $a \leq b$ et $a > c$.
3. $3 \leq a$ ou $b \leq 17$.

Exercice 3. Les propositions suivantes sont-elles vraies ? Quelle est la négation de celles qui sont fausses ?

1. $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : x^2 - y^2 = 1$.
2. $\exists y \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R} : (y - 1).(x^2 + 1) = 0$.
3. $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : y^2 + x.y - 1 = 0$.

Exercice 4. Déterminer les ensembles suivants :

1. $A = \{n \in \mathbb{N} : n^2 - 3.n + 2 = 0\}$.
2. $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 1 = 0\}$.
3. $C = \{x \in \mathbb{Z} : -1 \leq x^2 - 1 < 5\}$.

Exercice 5. Montrer les propositions suivantes :

1. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 1 \Leftrightarrow x \in [-1; 1]$.
2. $\forall x \in \mathbb{R} : x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$.
3. $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : x^4.y - 1 + y = 0$.

Exercice 6. Soit les ensembles : $A = \{1; 5; 7; 9\}$, $B = \{0; 5; 7; 8; 10\}$.
Déterminer : $A \cap B$; $A \cup B$; $\mathcal{P}(A \cap B)$.

Exercice 7. Démontrer les propriétés suivantes par contraposée ou par l'absurde :

1. Soit a un réel. Si $a^2 - 3.a + 2 \neq 0$ alors $a \neq 2$.
2. L'équation $x^2 + x + 1 = 0$ ne peut admettre de solutions entières.

Exercice 8. Ecrire à l'aide des quantificateurs les propositions suivantes :

1. Le carré de tout réel est positif.
2. Certains réels sont strictement supérieurs à leurs carrés.
3. Entre deux réels distincts, il existe un rationnel.
4. Etan donné trois réels, il y en a deux au moins de même signe.

Exercice 9. Nier la proposition suivante :

”Tous les habitants de la rue d’afrique qui ont les yeux bleus gagneront au loto et prendront leur retraite avant 50 ans”

Exercice 10. Donner la négation des propositions suivantes :

1. Tout triangle rectangle possède un angle droit.
2. Dans toutes les prisons tous les détenus détestent tous les gardiens.
3. Pour tout entier x il existe un entier y tel que pour tout entier z la relation $z < y$ implique la relation $z < x + 1$.