

Exercices en ECT-ECG.

Thème : Bases des probabilités finies.

Exercice 1. Une urne contient 13 boules dont 6 noires, 3 blanches et 4 rouges. On pioche 5 boules.

1. On suppose qu'il n'y a pas remise. Calculer la probabilité d'obtenir :
 - (a) 2 blanches et 2 rouges
 - (b) 2 blanches sachant que l'on a obtenu 2 rouges
 - (c) 2 rouges sachant que l'on a obtenu 2 blanches

Les événements "obtenir 2 blanches" et "obtenir 2 rouges" sont-ils indépendants ?
Même question avec les événements "ne obtenir de rouges" et "obtenir des noires".

2. Refaire l'exercice en supposant que l'on pioche avec remise

Exercice 2. Une urne contient 20 boules dont 8 boules noires, 7 boules rouges et 5 boules blanches. On pioche sans remise 6 boules.

1. Calculer les probabilités des événements suivants :
 - A "obtenir exactement 2 (resp. 3, resp. 4) boules blanches"
 - B "obtenir exactement 3 boules blanches sachant que l'on a pioché au moins une boule blanche"
 - C "obtenir exactement 2 boules blanches sachant que l'on a pioché autant de boules blanches que de boules rouges"
 - D "obtenir 4 boules blanches sachant que l'on a pioché aucune boule noire"
2. Refaire l'exercice en supposant que l'on pioche avec remise.

Exercice 3. Une étude statistique sur le sexe des bébés a montré que sur 100 naissances, 52 bébés sont des filles et 48 sont des garçons. On suppose que les événements "accoucher d'un garçon" et "accoucher d'une fille" sont indépendants. Sophie a eu 4 bébés.

1. Calculer la probabilité que Sophie ait
 - (a) autant de garçons que de filles
 - (b) un seul garçon.
 - (c) un seul garçon sachant que son premier bébé est une fille.
 - (d) un seul garçon sachant que son premier bébé est un garçon
 - (e) un seul garçon sachant que son deuxième bébé est une fille.
2. On suppose que Sophie a eu 2 garçons et 2 filles et que son premier bébé est une fille. Calculer la probabilité pour que
 - (a) le deuxième bébé soit une fille
 - (b) le dernier bébé soit une fille.
 - (c) le dernier bébé soit un garçon

Le fait que premier bébé de Sophie soit une fille est-il indépendant du fait que Sophie ait exactement 2 garçons ?

Exercice 4. On dispose d'une urne contenant 20 boules dont 8 noires, 7 rouges et 5 blanches. On pioche, au hasard et sans remise, cinq boules. Calculer la probabilité de piocher

1. que des boules d'une même couleur.

2. que des boules blanches sachant que toutes les boules sont d'une même couleur
3. deux boules d'une couleur et trois boules d'une autre couleur
4. trois boules blanches sachant que l'on obtient les trois couleurs

Refaire l'exercice lorsqu'il y a remise

Exercice 5. Un archer tire sur une cible située à 20 m et une cible située à 50 m. Il effectue trois tirs en changeant de cible à chaque fois. La probabilité d'atteindre la cible à 20 m (resp. 50 m) est p (resp. q) avec $q < p$. On suppose que les tirs indépendants. Il gagne le jeu s'il atteint deux cibles consécutivement.

Calculer la probabilité de gagner en commencer par la cible située à 20 m (resp. située à 50 m). Par quelle cible a-t-il intérêt à commencer ?

Exercice 6. On réalise une suite de lancers d'une pièce équilibrée, chaque lancer amenant donc pile ou face. On effectue 5 lancers. Calculer la probabilité des événements suivants
A "on obtient 2 piles" B "on obtient 3 piles" C "face n'est jamais suivi de face"

Exercice 7. On considère une suite de lancers indépendants d'une pièce pour laquelle la probabilité d'obtenir "pile" est p et d'obtenir "face" est $q = 1 - p$ ($p \in]0; 1[$). "pile" (resp. "face") sera noté P (resp. F). Soit A_n l'évènement "la séquence PF apparait pour la première fois aux lancers $(n - 1)$ et n ".

Calculer $P(A_n)$ lorsque (a) $n = 3$ (b) $n = 4$ (c) $n = 5$ (d) n quelconque.

Exercice 8. On lance n fois consécutives une pièce. La probabilité d'obtenir "face" est p . Calculer la probabilité qu'au cours des n lancers "face" ne soit jamais suivi de "face" lorsque a) $n = 3$ b) $n = 4$, c) $n = 5$ d) $n \in \mathbb{N}^*$.