

Exercices en ECT. Probabilités et dénombrement.

Exercice 1. On pioche successivement 4 cartes d'un jeu de 32 cartes. Calculer la probabilité d'obtenir exactement 2 trèfles et 2 coeurs quand la pioche est
a) sans remise, b) avec remise.

Exercice 2. Dans un jeu de tarot, il y a 21 atouts numérotés de 1 à 21. On prend cinq atouts au hasard.

Calculer la probabilité qu'une main contiennent :

1. le 1 ou le 21 ?
2. au moins un multiple de cinq ?
3. exactement un multiple de cinq et un multiple de trois ?

Exercice 3. Une main est composée de 5 cartes prises simultanément dans un jeu de 32 cartes.

1. Calculer la probabilité pour qu'une main contienne exactement :

- (a) deux dix (une paire de dix)
- (b) trois rois (un brelan de rois)
- (c) trois dames et deux sept (un full au dames par les rois).

2. Calculer la probabilité pour qu'une main contienne au plus :

- (a) deux dix (une paire de dix)
- (b) trois rois (un brelan de rois)

3. Calculer la probabilité pour qu'une main contienne :

- (a) exactement une paire
- (b) au plus un pique
- (c) un as et deux piques exactement.

4. Calculer la probabilité pour qu'une main ne contiennent aucune paire.

Exercice 4. On lance 7 fois successives un même dé à 20 faces (que l'on suppose équilibré). Calculer la probabilité pour que :

1. toutes les faces portent un numéro distinct.
2. toutes les faces portent un numéro identique.

Exercice 5. On lance un dé à quatre faces (numérotées de 1 à 4) n fois de suite. On note p_n la probabilité que les quatre chiffres (1, 2, 3, 4) apparaissent au moins une fois lors des n lancers.

Pour tout nombre entier $i \in \{1; \dots; 4\}$, on pose : $A_i = \{\text{le numéro } i \text{ n'apparaît pas durant les } n \text{ tirages}\}$.

1. Calculer $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4)$.

2. En déduire que $p_n = 1 - 4 \left(\frac{1}{4}\right)^n + 6 \left(\frac{2}{4}\right)^n - 4 \left(\frac{3}{4}\right)^n$

3. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$. Interpréter ce résultat.

Exercice 6. Dans un jeu de 32 cartes, on tire successivement 5 cartes en les remettant dans le jeu.

1. Calculer la probabilité que le premier as apparaisse
 - a) à la première pioche, b) à la seconde pioche, c) à la troisième pioche
 - d) à la quatrième pioche, e) à la cinquième pioche, f) jamais.
2. Refaire la question précédente avec le second as.