

Exercices en ECT. Formule des probabilités totales.

Exercice 1. Parmi cent dés cubiques, vingt-cinq sont pipés de telle sorte que la probabilité d'obtenir 6 soit $\frac{1}{2}$ et que les autres numéros aient la même probabilité d'apparaître. On prend un dé au hasard parmi les cent et on le lance.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir 6 ?
2. On obtient 6. Quelle est la probabilité que ce dé soit pipé ?
3. On obtient 2. Quelle est la probabilité que ce dé ne soit pas pipé ?

Exercice 2. Deux urnes contiennent respectivement 4 boules rouges et 3 boules vertes, 5 boules rouges et 3 boules vertes. On tire au hasard une boule dans la première (sans l'y remettre), puis on procède au tirage d'une deuxième boule, dans la même urne si la première boule tirée est rouge, dans l'autre urne si la première boule tirée est verte.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules vertes (resp. deux boules rouges) ?
2. On sait que les deux boules tirées sont de même couleur.
Quelle est la probabilité qu'elles soient rouges ?
3. Calculer la probabilité pour obtenir une boule verte et une boule rouge

Exercice 3. On lance 2 fois une pièce dont la probabilité d'obtenir Pile est p . Ensuite, on relance autant de fois la pièce que l'on a obtenu de Pile aux deux premiers lancers (si on a eu aucun Pile, on ne relance pas la pièce, si on a obtenu deux Piles, on relance deux fois la pièce). Calculer la probabilité d'obtenir k piles lorsque $k = 0, 1, 2, 3, 4$.

Exercice 4. Une urne contient 7 boules dont 4 blanches et 3 noires. On pioche **sans remise** 3 boules dans l'urne. Si l'on a obtenu au moins une boule blanche, on repioche **avec remise** 3 boules dans l'urne.
Calculer la probabilité d'obtenir exactement 3 boules blanches (resp. 3 boules noires)

Exercice 5. On dispose d'une pièce équilibrée et d'une urne contenant 5 boules vertes, 3 boules rouges et 7 boules noires. On lance 4 fois la pièce puis on pioche sans remise autant de boules que de piles obtenues (si on a obtenu quatre piles, on pioche quatre boules).
Calculer la probabilité d'obtenir les trois boules rouges (resp. aucune boule verte).

Exercice 6. Une urne contient 5 boules dont 2 blanches et 3 noires. On pioche avec remise 3 boules dans l'urne. Pour chaque boule noire obtenue, on peut piocher sans remise une carte dans un jeu de 32 cartes. Calculer la probabilité d'obtenir
a) exactement 2 coeurs b) un brelan c) aucune carte d) au moins un as

Exercice 7. On dispose de 5 urnes numérotées de 1 à 5, chaque urne contenant 10 boules. L'urne numéro k contient k boules noires et $10-k$ boules blanches. On choisit au hasard une urne (en supposant que chaque urne a autant de probabilité d'être choisie qu'une autre) et on choisit, sans remise, 3 boules dans cette urne

1. Calculer la probabilité d'obtenir k boules blanches, $k \in \llbracket 0, 3 \rrbracket$
(calculer la probabilité d'avoir 0 blanche, puis d'avoir 1 blanche, etc)
2. Refaire l'exercice en supposant qu'il y a remise

Exercice 8. On considère n urnes numérotées de 1 à n . L'urne nk contient k boules vertes et k boules rouges. On choisit une urne au hasard puis on tire une boule dans cette urne. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte ?

Exercice 9. On dispose de 3 urnes, la première contenant 1 boule blanche et 2 vertes, la seconde 4 vertes et 2 noires et la dernière 3 noires, 2 blanches et 3 vertes. On lance un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6. Si le chiffre obtenu est impair, on pioche 3 boules avec remise dans la première urne, si le chiffre obtenu est le 2 ou le 4, on pioche 3 boules sans remise dans la deuxième urne et si le chiffre obtenu est le 6, on pioche 3 boules sans remise dans la troisième urne. Calculer la probabilité d'obtenir

- a) trois boules de même couleur b) une boule de chaque couleur