

Fiche d'exercices

Intervalles de confiance

12 exercices corrigés de difficulté croissante
Préparation aux concours ECG

Cette fiche couvre les trois méthodes du programme :

- ★ Bienaymé-Tchebychev – Applications directes
 - ★★ Loi normale / TCL – Exercices intermédiaires
 - ★★★ Problèmes de synthèse – Type concours
-

Données utiles

Risque α	0,10	0,05	0,01
Confiance $1 - \alpha$	90 %	95 %	99 %
$t_\alpha = \Phi^{-1}(1 - \alpha/2)$	1,645	1,96	2,576

On rappelle que $p(1-p) \leq \frac{1}{4}$ pour tout $p \in [0, 1]$.

Pr. Elakili

prepasmaths360.com

2025–2026

Énoncés

Exercice 1



On réalise un sondage auprès de $n = 400$ personnes pour estimer la proportion p de Français favorables à une mesure gouvernementale. On observe une proportion $\bar{x}_n = 0,62$.

1. Rappeler pourquoi $p(1 - p) \leq \frac{1}{4}$.
2. En utilisant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, donner un intervalle de confiance de p au niveau de confiance 95 %.
3. Calculer l'intervalle numérique observé.

Exercice 2



On souhaite estimer la proportion p d'articles défectueux dans une production industrielle à l'aide d'un intervalle de confiance de niveau 95 % construit par l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

1. Quelle doit être la taille minimale n de l'échantillon pour que l'amplitude de l'intervalle de confiance soit inférieure ou égale à 0,06 ?
2. On prélève un échantillon de taille $n = 500$ et on observe 35 articles défectueux. Donner l'intervalle de confiance observé.

Exercice 3



On mesure la durée de vie (en heures) de $n = 25$ ampoules issues d'une production. On suppose que la durée de vie suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ avec $\sigma = 40$ heures (connu). On observe $\bar{x}_n = 1\,180$ heures.

1. Quelle est la loi de $\bar{X}_n$?
2. Construire un intervalle de confiance de μ au niveau 95 %.
3. Même question au niveau 99 %.
4. Comparer les deux intervalles et commenter.

Exercice 4



On pèse $n = 16$ sachets de café d'une machine de conditionnement. On suppose que la masse suit une loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ avec $\sigma = 2$ g (connu). On observe $\bar{x}_n = 252,3$ g.

1. Donner un intervalle de confiance de μ au niveau 95 %.
2. Le fabricant affirme que la masse moyenne est de 250 g. Ce résultat est-il compatible avec l'intervalle obtenu ?
3. Quelle taille d'échantillon faudrait-il pour obtenir un intervalle de longueur inférieure à 1 g au niveau 95 % ?

Exercice 5

On réalise un sondage auprès de $n = 1\,000$ personnes. On observe que 520 d'entre elles sont favorables à un candidat.

1. Construire un intervalle de confiance *asymptotique* de la proportion p au niveau 95 % en utilisant le TCL.
2. Le candidat peut-il affirmer qu'il est en tête (c'est-à-dire $p > 0,5$) avec un niveau de confiance de 95 % ?
3. Quelle taille d'échantillon faudrait-il pour que la marge d'erreur soit inférieure à 1 point de pourcentage ?

Exercice 6

Un laboratoire mesure la concentration en glucose (en g/L) de $n = 50$ prélèvements sanguins. On suppose que la concentration suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ avec $\sigma = 0,15$ g/L (connu). On observe $\bar{x}_n = 0,97$ g/L.

1. Construire un intervalle de confiance de μ au niveau 99 %.
2. La norme médicale considère un taux normal entre 0,70 et 1,10 g/L. L'intervalle de confiance est-il entièrement contenu dans cette plage ?
3. Si on voulait un intervalle de longueur inférieure à 0,05 g/L au même niveau de confiance, combien de prélèvements faudrait-il ?

Exercice 7

Soit $(X_1, \dots, X_n)$ un n -échantillon de loi de Bernoulli $\mathcal{B}(p)$.

1. Donner l'intervalle de confiance de p au niveau $1 - \alpha$ obtenu par l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
2. Donner l'intervalle de confiance asymptotique de p au niveau $1 - \alpha$ obtenu par le TCL.
3. Pour $n = 100$ et $\alpha = 0,05$, calculer la longueur de chacun des deux intervalles. Lequel est le plus précis ? Pourquoi ?
4. À partir de quelle valeur de n l'intervalle asymptotique (TCL) a-t-il une longueur inférieure à 0,10 ?

Exercice 8

Un institut de sondage communique à un candidat aux élections régionales l'intervalle de confiance asymptotique au niveau 95 % de son score : $[0,347 ; 0,434]$.

1. Déterminer la fréquence observée $\bar{x}_n$.
2. En déduire la taille n de l'échantillon interrogé.
3. Quel serait l'intervalle si l'institut avait interrogé 4 fois plus de personnes ?

Exercice 9

Soit $(X_1, \dots, X_n)$ un n -échantillon d'une loi exponentielle $\mathcal{E}(\lambda)$ de paramètre $\lambda > 0$ inconnu. On pose $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$.

1. Rappeler $\mathbb{E}(X_i)$ et $\mathbb{V}(X_i)$.
2. Montrer que $\bar{X}_n$ est un estimateur sans biais et convergent de $\frac{1}{\lambda}$.
3. En appliquant le TCL, montrer que :

$$\sqrt{n} \cdot \frac{\bar{X}_n - 1/\lambda}{1/\lambda} \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0, 1).$$

4. En déduire un intervalle de confiance asymptotique de $\frac{1}{\lambda}$ au niveau $1 - \alpha$.
Indication : on pourra remplacer $\frac{1}{\lambda}$ par $\bar{X}_n$ dans l'écart-type, ce qui est licite asymptotiquement par le lemme de Slutsky.
5. Application : pour $n = 80$ et $\bar{x}_n = 3,2$ minutes (temps moyen d'attente en caisse), donner un intervalle de confiance de $\frac{1}{\lambda}$ au niveau 95 %.

Exercice 10

Dans un pays fictif, deux candidats se disputent une élection. On note p la proportion d'électeurs désirant voter pour le candidat A. On interroge un échantillon de $n = 100$ personnes ; 55 déclarent vouloir voter pour A.

1. Construire un intervalle de confiance asymptotique de p au niveau 95 %.
2. Peut-on déclarer, au risque $\alpha = 5\%$, que le candidat A sera élu ?
3. Quel effectif minimal faudrait-il pour pouvoir conclure à l'élection de A (avec la même fréquence observée $\bar{x}_n = 0,55$) au risque 5 % ?

Exercice 11**(Sondage confidentiel – d'après concours)**

Pour estimer la proportion p de personnes ayant un comportement sensible (par ex. fraude fiscale), on utilise le protocole suivant : chaque personne lance secrètement une pièce équilibrée. Si elle obtient Pile, elle répond sincèrement à la question. Si elle obtient Face, elle répond "oui" quoi qu'il en soit.

On interroge n personnes. On note Y_i la réponse de la i -ème personne ($Y_i = 1$ si "oui", $Y_i = 0$ si "non").

1. Montrer que $\mathbb{P}(Y_i = 1) = \frac{1+p}{2}$.
2. En déduire que $\mathbb{E}(Y_i) = \frac{1+p}{2}$ et $\mathbb{V}(Y_i) = \frac{(1+p)(1-p)}{4}$.
3. Proposer un estimateur sans biais de p à partir de $\bar{Y}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$.
4. En utilisant le TCL et le fait que $\mathbb{V}(Y_i) \leq \frac{1}{4}$, construire un intervalle de confiance asymptotique de p au niveau $1 - \alpha$.
5. Application : pour $n = 500$ et $\bar{y}_n = 0,63$, donner un intervalle de confiance de p au niveau 95 %.

Exercice 12**(Comparaison de deux méthodes et taille optimale – Synthèse)**

Soit $(X_1, \dots, X_n)$ un n -échantillon de loi $\mathcal{B}(p)$, $p \in]0, 1[$ inconnu.

Partie A – Intervalle exact par Bienaymé-Tchebychev.

1. Montrer que l'intervalle $I_n^{BT} = \left[\bar{X}_n - \frac{1}{2\sqrt{n\alpha}}, \bar{X}_n + \frac{1}{2\sqrt{n\alpha}} \right]$ est un intervalle de confiance de p au niveau $1 - \alpha$.
2. Calculer sa longueur L_n^{BT} .

Partie B – Intervalle asymptotique par le TCL.

3. Rappeler l'intervalle I_n^{TCL} et sa longueur L_n^{TCL} .
4. Montrer que $L_n^{TCL} < L_n^{BT}$ pour tout n suffisamment grand. Pour $\alpha = 0,05$, à partir de quelle valeur de n a-t-on $L_n^{TCL} < L_n^{BT}$?

Partie C – Détermination de la taille d'échantillon.

Un institut de sondage souhaite estimer p avec les contraintes suivantes :

- Marge d'erreur ≤ 2 points de pourcentage ($\varepsilon = 0,02$).
 - Niveau de confiance 95 %.
5. Déterminer la taille minimale n_{BT} en utilisant la méthode de Bienaymé-Tchebychev.
 6. Déterminer la taille minimale n_{TCL} en utilisant la méthode du TCL.
 7. Commenter l'écart entre n_{BT} et n_{TCL} .

Corrections

Correction – Exercice 1

1. La fonction $f(p) = p(1-p) = p - p^2$ est un polynôme du second degré en p , de coefficient dominant $-1 < 0$. Son maximum est atteint en $p = \frac{1}{2}$ et vaut $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$. Donc $p(1-p) \leq \frac{1}{4}$ pour tout $p \in [0, 1]$.
2. L'inégalité de Bienaymé-Tchebychev donne $\mathbb{P}(|\bar{X}_n - p| \leq \varepsilon) \geq 1 - \frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2} \geq 1 - \frac{1}{4n\varepsilon^2}$.
On pose $\frac{1}{4n\varepsilon^2} = \alpha = 0,05$, d'où $\varepsilon = \frac{1}{2\sqrt{n\alpha}} = \frac{1}{2\sqrt{400 \times 0,05}} = \frac{1}{2\sqrt{20}} \approx 0,112$.
L'intervalle est $\left[\bar{X}_n - \frac{1}{2\sqrt{n\alpha}}, \bar{X}_n + \frac{1}{2\sqrt{n\alpha}}\right]$.
3. Numériquement : $[0,62 - 0,112; 0,62 + 0,112] = [0,508; 0,732]$.

Correction – Exercice 2

1. L'amplitude de l'IC par Bienaymé-Tchebychev est $2\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{n\alpha}}$. On veut $\frac{1}{\sqrt{n\alpha}} \leq 0,06$, soit $\sqrt{n\alpha} \geq \frac{1}{0,06} = \frac{50}{3}$, donc $n \geq \frac{1}{0,06^2 \times 0,05} = \frac{1}{0,00018} \approx 5\,556$.
Il faut au minimum $n = 5\,556$ articles.
2. On a $\bar{x}_n = \frac{35}{500} = 0,07$ et $\varepsilon = \frac{1}{2\sqrt{500 \times 0,05}} = \frac{1}{2\sqrt{25}} = \frac{1}{10} = 0,1$.
L'IC observé est $[0,07 - 0,10; 0,07 + 0,10] = [0; 0,17]$ (on tronque à 0 car $p \geq 0$).

Correction – Exercice 3

1. Par stabilité de la loi normale : $\bar{X}_n \sim \mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) = \mathcal{N}\left(\mu, \frac{1600}{25}\right) = \mathcal{N}(\mu, 64)$.
2. IC à 95 % : $\left[\bar{X}_n - t_{0,05} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X}_n + t_{0,05} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ avec $t_{0,05} = 1,96$.
 $\varepsilon = 1,96 \times \frac{40}{5} = 15,68$. Numériquement : $[1\,164,32; 1\,195,68]$.
3. IC à 99 % : $\varepsilon = 2,576 \times 8 = 20,61$. Numériquement : $[1\,159,39; 1\,200,61]$.
4. L'intervalle à 99 % est plus large : augmenter la confiance diminue la précision. La longueur passe de $2 \times 15,68 = 31,36$ à $2 \times 20,61 = 41,22$.

Correction – Exercice 4

1. $\varepsilon = 1,96 \times \frac{2}{\sqrt{16}} = 1,96 \times 0,5 = 0,98$. IC : $[252,3 - 0,98; 252,3 + 0,98] = [251,32; 253,28]$.
2. $250 \notin [251,32; 253,28]$: l'affirmation du fabricant n'est **pas compatible** avec les observations au niveau 95 %.
3. On veut $2\varepsilon = 2 \times 1,96 \times \frac{2}{\sqrt{n}} \leq 1$, soit $\sqrt{n} \geq 2 \times 1,96 \times 2 = 7,84$, donc $n \geq 61,47$. Il faut au minimum $n = 62$ sachets.

Correction – Exercice 5

1. $\bar{x}_n = 0,52$. L'IC asymptotique est $\left[\bar{x}_n - \frac{t_{\alpha}}{2\sqrt{n}}, \bar{x}_n + \frac{t_{\alpha}}{2\sqrt{n}}\right]$ avec $t_{0,05} = 1,96$.
 $\varepsilon = \frac{1,96}{2\sqrt{1000}} = \frac{1,96}{63,25} \approx 0,031$.
IC observé : $[0,52 - 0,031; 0,52 + 0,031] = [0,489; 0,551]$.
2. Non : $0,5 \in [0,489; 0,551]$. L'intervalle contient des valeurs inférieures à 0,5, donc on

ne peut pas affirmer que $p > 0,5$ au risque 5 %.

3. On veut $\frac{t_\alpha}{2\sqrt{n}} \leq 0,01$, soit $\sqrt{n} \geq \frac{1,96}{0,02} = 98$, donc $n \geq 9\,604$.

Correction – Exercice 6

- $\varepsilon = t_{0,01} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,576 \times \frac{0,15}{\sqrt{50}} = 2,576 \times 0,02121 \approx 0,0547$.
IC : $[0,97 - 0,055; 0,97 + 0,055] = [0,915; 1,025]$.
- Oui, $[0,915; 1,025] \subset [0,70; 1,10]$: l'IC est entièrement dans la plage normale.
- On veut $2\varepsilon = 2 \times 2,576 \times \frac{0,15}{\sqrt{n}} \leq 0,05$, soit $\sqrt{n} \geq \frac{2 \times 2,576 \times 0,15}{0,05} = 15,46$, donc $n \geq 238,9$.
Il faut au minimum $n = 239$ prélèvements.

Correction – Exercice 7

- IC Bienaymé-Tchebychev : $[\bar{X}_n - \frac{1}{2\sqrt{n\alpha}}, \bar{X}_n + \frac{1}{2\sqrt{n\alpha}}]$, de longueur $L_n^{BT} = \frac{1}{\sqrt{n\alpha}}$.
- IC asymptotique (TCL) : $[\bar{X}_n - \frac{t_\alpha}{2\sqrt{n}}, \bar{X}_n + \frac{t_\alpha}{2\sqrt{n}}]$, de longueur $L_n^{TCL} = \frac{t_\alpha}{\sqrt{n}}$.
- Pour $n = 100$, $\alpha = 0,05$:
 - $L_{100}^{BT} = \frac{1}{\sqrt{100 \times 0,05}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \approx 0,447$.
 - $L_{100}^{TCL} = \frac{1,96}{\sqrt{100}} = 0,196$.

Le TCL donne un intervalle **plus de 2 fois plus court**. Il est plus précis car il utilise davantage d'information (approximation gaussienne) que l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev (qui ne suppose que l'existence de la variance).

- On veut $L_n^{TCL} \leq 0,10$, soit $\frac{1,96}{\sqrt{n}} \leq 0,10$, donc $\sqrt{n} \geq 19,6$ et $n \geq 384,16$. Il faut $n \geq 385$.

Correction – Exercice 8

- L'IC asymptotique est centré en $\bar{x}_n$. Donc $\bar{x}_n = \frac{0,347+0,434}{2} = 0,3905$.
- La demi-longueur vaut $\varepsilon = \frac{t_\alpha}{2\sqrt{n}} = 0,434 - 0,3905 = 0,0435$.
Donc $\frac{1,96}{2\sqrt{n}} = 0,0435$, soit $\sqrt{n} = \frac{1,96}{2 \times 0,0435} = \frac{1,96}{0,087} \approx 22,53$ et $n \approx 507,6$. Donc $n \approx 508$ personnes interrogées.
- Avec $4n$ personnes, la demi-longueur est divisée par $\sqrt{4} = 2$: $\varepsilon' = \frac{0,0435}{2} \approx 0,0218$.
L'intervalle serait $[0,3905 - 0,022; 0,3905 + 0,022] = [0,369; 0,412]$.

Correction – Exercice 9

- Pour $X_i \sim \mathcal{E}(\lambda)$: $\mathbb{E}(X_i) = \frac{1}{\lambda}$ et $\mathbb{V}(X_i) = \frac{1}{\lambda^2}$.
- $\mathbb{E}(\bar{X}_n) = \frac{1}{\lambda}$ (sans biais) et $\mathbb{V}(\bar{X}_n) = \frac{1}{n\lambda^2} \rightarrow 0$. Par l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, $\bar{X}_n$ est convergent vers $\frac{1}{\lambda}$.
- Par le TCL : $\frac{\bar{X}_n - 1/\lambda}{\sqrt{\mathbb{V}(\bar{X}_n)}} = \frac{\bar{X}_n - 1/\lambda}{1/(\lambda\sqrt{n})} = \sqrt{n} \cdot \lambda(\bar{X}_n - 1/\lambda) = \sqrt{n} \cdot \frac{\bar{X}_n - 1/\lambda}{1/\lambda} \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0, 1)$.

4. On remplace $\frac{1}{\lambda}$ par $\bar{X}_n$ dans le dénominateur (Slutsky) :

$$\mathbb{P}\left(-t_\alpha \leq \frac{\sqrt{n}(\bar{X}_n - 1/\lambda)}{\bar{X}_n} \leq t_\alpha\right) \rightarrow 1 - \alpha.$$

En isolant $\frac{1}{\lambda}$: IC asymptotique = $\left[\bar{X}_n\left(1 - \frac{t_\alpha}{\sqrt{n}}\right), \bar{X}_n\left(1 + \frac{t_\alpha}{\sqrt{n}}\right)\right]$.

5. $\bar{X}_n = 3,2$, $n = 80$, $t_{0,05} = 1,96$: $\frac{t_\alpha}{\sqrt{n}} = \frac{1,96}{\sqrt{80}} = \frac{1,96}{8,944} \approx 0,219$.

IC : $[3,2 \times 0,781; 3,2 \times 1,219] = [2,50; 3,90]$ minutes.

Correction – Exercice 10

- $\bar{x}_n = 0,55$, $n = 100$. IC asymptotique : $\left[\bar{x}_n - \frac{t_\alpha}{2\sqrt{n}}, \bar{x}_n + \frac{t_\alpha}{2\sqrt{n}}\right]$.
 $\varepsilon = \frac{1,96}{2 \times 10} = 0,098$. IC : $[0,55 - 0,098; 0,55 + 0,098] = [0,452; 0,648]$.
- Non : $0,5 \in [0,452; 0,648]$. On ne peut **pas** affirmer au risque 5 % que le candidat A sera élu ; l'échantillon est trop petit pour conclure.
- On veut que la borne inférieure de l'IC dépasse 0,5 : $\bar{x}_n - \frac{t_\alpha}{2\sqrt{n}} > 0,5$, soit $0,55 - \frac{1,96}{2\sqrt{n}} > 0,5$, d'où $\frac{1,96}{2\sqrt{n}} < 0,05$, $\sqrt{n} > \frac{1,96}{0,10} = 19,6$, donc $n > 384,16$. Il faut au minimum $n = 385$ personnes.

Correction – Exercice 11

- $\mathbb{P}(Y_i = 1) = \mathbb{P}(\text{Pile})\mathbb{P}(\text{oui}|\text{Pile}) + \mathbb{P}(\text{Face})\mathbb{P}(\text{oui}|\text{Face}) = \frac{1}{2} \cdot p + \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1+p}{2}$.
- $\mathbb{E}(Y_i) = \mathbb{P}(Y_i = 1) = \frac{1+p}{2}$.
 $\mathbb{V}(Y_i) = \mathbb{E}(Y_i)(1 - \mathbb{E}(Y_i)) = \frac{1+p}{2} \cdot \frac{1-p}{2} = \frac{1-p^2}{4} \leq \frac{1}{4}$.
- On a $\mathbb{E}(Y_i) = \frac{1+p}{2}$, donc $p = 2\mathbb{E}(Y_i) - 1$. Un estimateur sans biais de p est :

$$T_n = 2\bar{Y}_n - 1.$$

- Par le TCL appliqué à $\bar{Y}_n$, et en majorant $\mathbb{V}(Y_i) \leq \frac{1}{4}$:
L'IC asymptotique de $\mathbb{E}(Y_i) = \frac{1+p}{2}$ est $\left[\bar{Y}_n - \frac{t_\alpha}{2\sqrt{n}}, \bar{Y}_n + \frac{t_\alpha}{2\sqrt{n}}\right]$.
En transformant par $p = 2\mathbb{E}(Y_i) - 1$: l'IC de p est $\left[2\bar{Y}_n - 1 - \frac{t_\alpha}{\sqrt{n}}, 2\bar{Y}_n - 1 + \frac{t_\alpha}{\sqrt{n}}\right]$.
- $\bar{y}_n = 0,63$, $T_n = 2 \times 0,63 - 1 = 0,26$, $\frac{t_\alpha}{\sqrt{n}} = \frac{1,96}{\sqrt{500}} = \frac{1,96}{22,36} \approx 0,0877$.
IC : $[0,26 - 0,088; 0,26 + 0,088] = [0,172; 0,348]$.

Interprétation : on est confiant à 95 % que la vraie proportion de fraudeurs se situe entre 17,2 % et 34,8 %. La technique garantit l'anonymat mais au prix d'un intervalle large.

Correction – Exercice 12

Partie A.

- Par Bienaymé-Tchebychev : $\mathbb{P}(|\bar{X}_n - p| \leq \varepsilon) \geq 1 - \frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2} \geq 1 - \frac{1}{4n\varepsilon^2}$. On pose $\frac{1}{4n\varepsilon^2} = \alpha$, d'où $\varepsilon = \frac{1}{2\sqrt{n\alpha}}$ et $I_n^{BT} = \left[\bar{X}_n - \frac{1}{2\sqrt{n\alpha}}, \bar{X}_n + \frac{1}{2\sqrt{n\alpha}}\right]$.

2. $L_n^{BT} = \frac{1}{\sqrt{n\alpha}}.$

Partie B.

3. $I_n^{TCL} = \left[\bar{X}_n - \frac{t_\alpha}{2\sqrt{n}}, \bar{X}_n + \frac{t_\alpha}{2\sqrt{n}} \right]$ et $L_n^{TCL} = \frac{t_\alpha}{\sqrt{n}}.$

4. $L_n^{TCL} < L_n^{BT} \Leftrightarrow \frac{t_\alpha}{\sqrt{n}} < \frac{1}{\sqrt{n\alpha}} \Leftrightarrow t_\alpha < \frac{1}{\sqrt{\alpha}}.$

Pour $\alpha = 0,05$: $t_{0,05} = 1,96$ et $\frac{1}{\sqrt{0,05}} = \frac{1}{0,2236} \approx 4,47.$

Comme $1,96 < 4,47$, l'inégalité est vérifiée **pour tout** n . L'IC par le TCL est toujours plus court.

Partie C.

5. Bienaymé-Tchebychev : $\frac{1}{2\sqrt{n\alpha}} \leq 0,02$, soit $n \geq \frac{1}{4 \times 0,02^2 \times 0,05} = \frac{1}{0,00008} = 12\,500.$

Donc $n_{BT} = 12\,500.$

6. TCL : $\frac{t_\alpha}{2\sqrt{n}} \leq 0,02$, soit $\sqrt{n} \geq \frac{1,96}{0,04} = 49$ et $n \geq 2\,401.$

Donc $n_{TCL} = 2\,401.$

7. Bienaymé-Tchebychev exige **5 fois plus** de données (12 500 vs 2 401) pour la même précision. C'est le prix d'un résultat exact mais peu fin. En pratique, dès que $n \geq 30$, on préfère le TCL qui est bien plus économique en termes de taille d'échantillon.